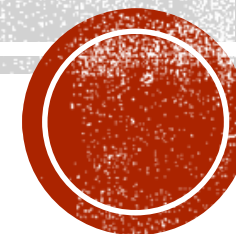


به نام خدا
وزارت علوم تحقیقات و فناوری
دانشکده و اlicصر (عج) تهران
ریاضی 2 حسابداری کاردانی جلسه 12 و ارون ماتریس و خود ازمایی
استاد فرحوی



مثال ۱۲: وارون ماتریس مقابل را در صورت وجود محاسبه کنید. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 1 & 2 & -5 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$.

حل: بنابر محاسبات مثال ۷ داریم: $\det A = 71 \neq 0$ ، پس بنابر قضیه ۱، این

ماتریس دارای وارون است. برای معرفی ماتریس A^{-1} باید مقدمات ساخت ماتریس

الحاقی را فراهم کنیم:

$$\Delta_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 22$$

$$\Delta_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1 & -5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1, \quad \Delta_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 4$$

$$\Delta_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 27, \quad \Delta_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

$$\Delta_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = -8, \quad \Delta_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} = -19$$

$$\Delta_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 1 & -5 \end{vmatrix} = 17, \quad \Delta_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3$$



$$\rightarrow N = \begin{bmatrix} 22 & -1 & 4 \\ 27 & 2 & -8 \\ -19 & 17 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \text{adj}(A) = N^T = \begin{bmatrix} 22 & 27 & -19 \\ -1 & 2 & 17 \\ 4 & -8 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{adj}(A) = \frac{1}{71} \begin{bmatrix} 22 & 27 & -19 \\ -1 & 2 & 17 \\ 4 & -8 & 3 \end{bmatrix}$$



خودازمایی

۳- برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ نشان دهید: $A^2 - 4A - 5I = O$

۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس‌های A^2 ، A^3 و AA^T را بیابید.

۵- برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 7 \\ 2 & 0 & 4 & -1 \\ 1 & 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ ، ماتریس‌های A_{32} ، A_{41} و مقادیر

Δ_{32} و Δ_{41} را مشخص کنید.



۸- به کمک خواص دترمینان، درستی محاسبات زیر را بررسی کنید. ✗

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+x & 1 \\ 1 & 1 & 1+x \end{vmatrix} = x^2, \quad \begin{vmatrix} 1 & b+c & a \\ 1 & a+c & b \\ 1 & a+b & c \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1! & 2! & 3! \\ 2! & 3! & 4! \\ 3! & 4! & 5! \end{vmatrix} = 4!$$

۹- هرگاه $\det A = 2$ ، $\det B = -3$ ، دترمینان ماتریس‌های زیر را محاسبه کنید.

$$A^2, AB, (AB)^2, A^{-1}, B^{-1}, A^{-1}BA, A^T, AA^T$$

۱۰- الف) هرگاه A ماتریسی از مرتبه ۴ و $\det A = 3$ ، دترمینان ماتریس $2A$ را بیابید.

ب) هرگاه A ماتریسی از مرتبه n و $t \in \mathbb{R}$ ، دترمینان ماتریس tA را بیابید.

۱۱- معکوس ماتریس‌های زیر را در صورت وجود بیابید. ✗

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 4 & -3 & 4 \\ \cdot & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \times$$

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 1 \\ \cdot & 2 & 4 & 5 \\ \cdot & \cdot & 1 & -2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 1 \\ \cdot & 2 & 2 & 5 \\ 1 & \cdot & 1 & -2 \\ \cdot & 1 & \cdot & 1 \end{bmatrix}$$

